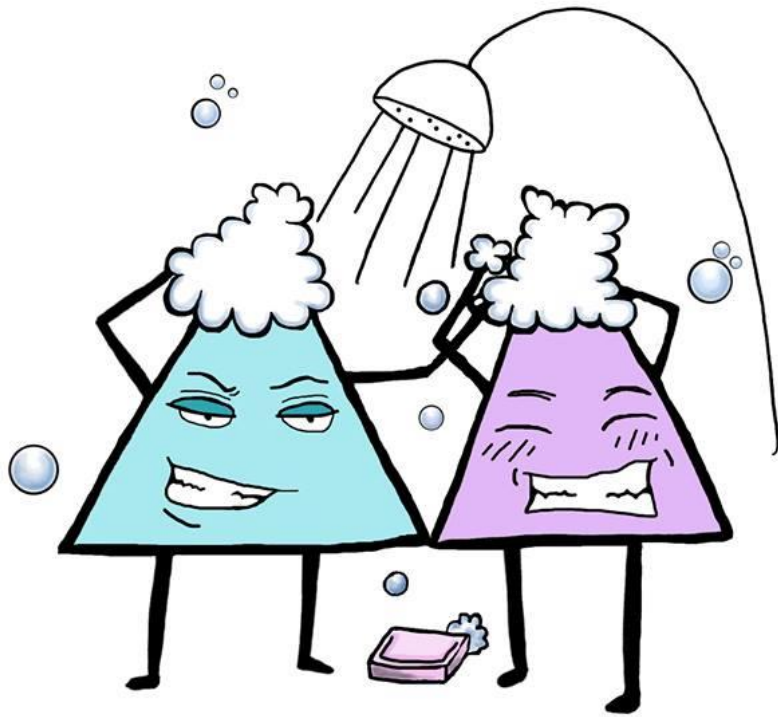
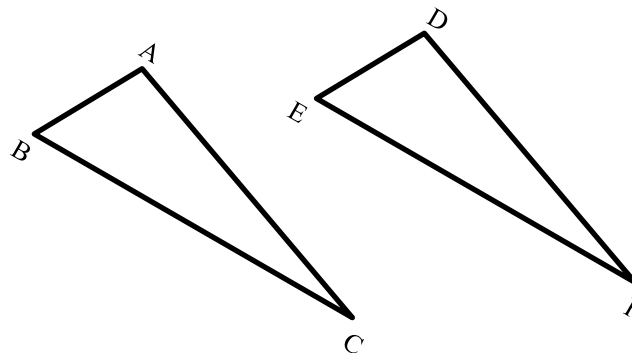
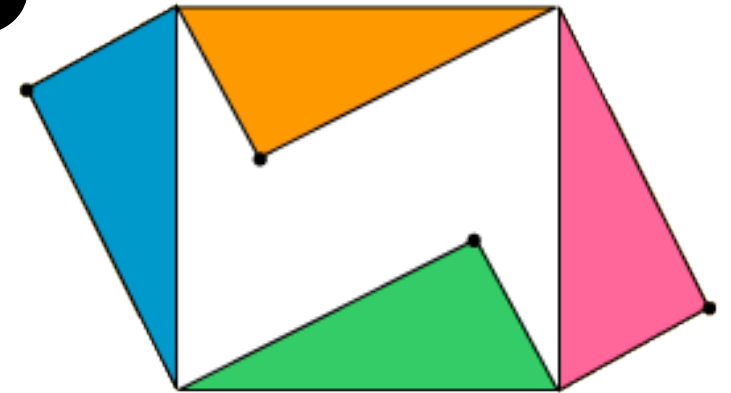


# משולשים חופפים



כיתה ח'

הקבצה א'



אם:

$$AB = DE$$

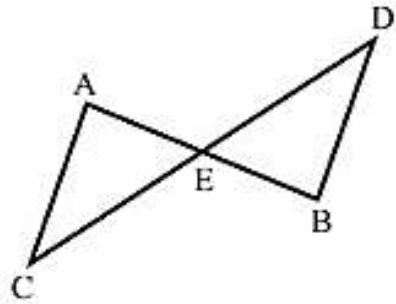
$$BC = EF$$

$$CA = FD$$

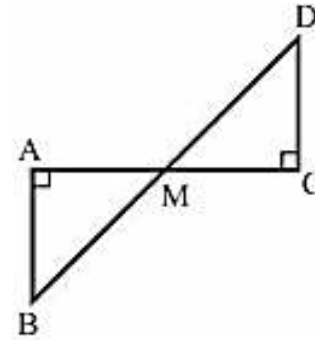
אז:

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

משולשים חופפים - הוכחה בסיסית

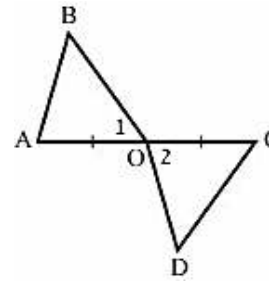


2. הקטעים AB ו-CD חוצים  
זה את זה בנקודה E.  
הוכח:  $\triangle ACE \cong \triangle BDE$

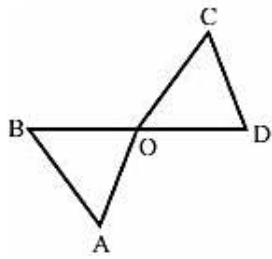


1. הקטעים AC ו-BD נחתכים  
בנקודה M. נתון:  
 $AM = CM$ ,  
 $AB \perp AC$ ,  
 $DC \perp AC$ .  
הוכח:  $\triangle ABM \cong \triangle CDM$

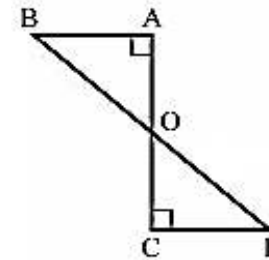
3. הנקודה O היא אמצע הקטע AC.  
 נתון:  $\sphericalangle O_1 = \sphericalangle C$ ,  $\sphericalangle A = \sphericalangle O_2$   
 הוכח ששני המשולשים שבציור חופפים  
 ורשום את החפיפה עפ"י סדר הקודקודים.



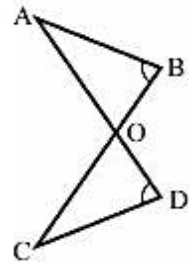
4. הנקודה O היא אמצע הקטע BD.  
 נתון:  $AO = CD$ ,  $AB = OC$   
 הוכח ששני המשולשים שבציור חופפים  
 ורשום את החפיפה עפ"י סדר הקודקודים.



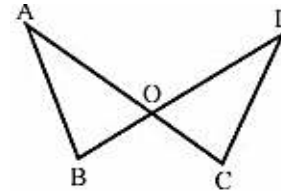
5. הקטעים AC ו-BD נחתכים בנקודה O.  
 נתון:  $CD \perp AC$ ,  $AB \perp AC$ ,  $AO = CO$   
 הוכח:  $AB = CD$



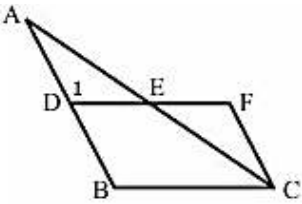
6. הקטעים AD ו-BC נחתכים בנקודה O.  
 נתון:  $BO = DO$ ,  $\sphericalangle B = \sphericalangle D$   
 הוכח:  $\triangle ABO \cong \triangle CDO$



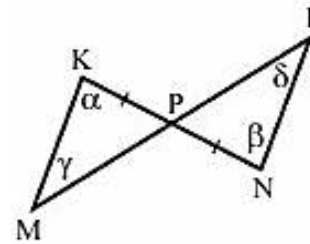
7. הקטעים AC ו-BD נחתכים בנקודה O.  
 נתון:  $BO = CO$ ,  $AO = DO$   
 א. הוכח:  $\sphericalangle B = \sphericalangle C$ ,  $AB = DC$   
 ב. נתון:  $\sphericalangle A = 33^\circ$ . חשב את זווית D.



8. הנקודה E היא אמצע הקטע DF. הנקודה A היא המפגש של המשכי הקטעים CE ו-BD.  
 נתון:  $BD = CF$ ,  $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle F$   
 הוכח: הנקודה D היא אמצע AB.

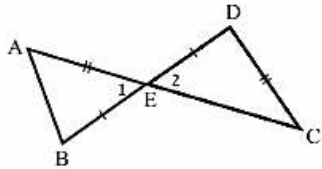


9. הקטע ML חוצה את הקטע KN בנקודה P.  
 נתון:  $\alpha = \beta$   
 א. הוכח:  $\gamma = \delta$   
 ב. הוכח: הנקודה P היא אמצע הקטע ML.  
 ג. האם ייתכן שמתקיים  $\gamma = \beta$ ? הסבר.



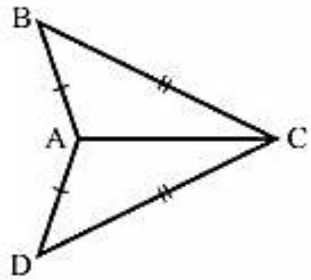
10. הנתונים בציור הם:  
 (1) הקטע AC חוצה את הקטע BD בנקודה E.  
 (2)  $AE = DC$   
 א. קבע האם ההוכחה הבאה נכונה: (נמק)  

$$\left. \begin{array}{l} BE = ED \text{ (נתון ש-E אמצע BD)} \\ \sphericalangle E_1 = \sphericalangle E_2 \text{ (זוויות קודקודיות)} \\ AE = DC \text{ (נתון)} \end{array} \right\} \Downarrow$$
  
 $\triangle ABE \cong \triangle CDE$  (עפ"י צ.ז.צ.)



ב. אם ההוכחה איננה נכונה מצא איזה נתון צריך לשנות כדי שניתן יהיה להוכיח שהמשולשים הנ"ל חופפים. במקרה כזה שנה את הנתון והוכח שהמשולשים חופפים.

משולשים חופפים – צלע משותפת

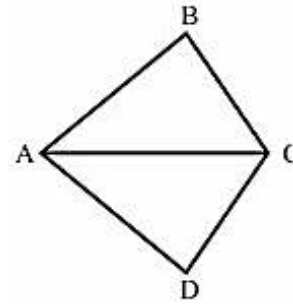


12. בציור נתון:

$$AB = AD$$

$$BC = DC$$

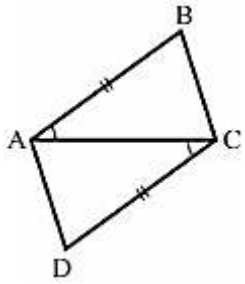
הוכח:  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$



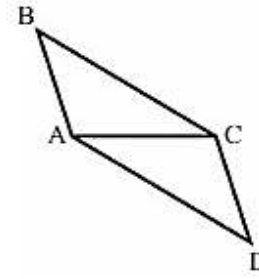
11. בציור נתון:  $AB = AD$

AC חוצה את הזווית  $\angle BAD$ .

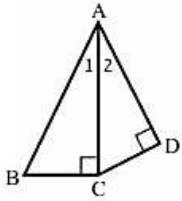
הוכח:  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$



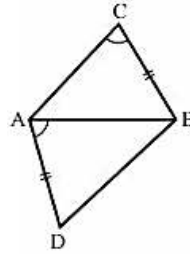
14. בציור נתון:  
 $AB = CD$ ,  $\angle BAC = \angle DCA$ .  
 הוכח ששני המשולשים שבציור חופפים  
 ורשום את החפיפה עפ"י סדר הקודקודים.



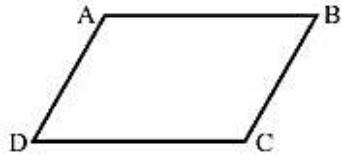
13. בציור נתון:  
 $AB = CD$ ,  $BC = AD$ .  
 א. הוכח ששני המשולשים שבציור חופפים.  
 ב. רשום את שלושת השוויונים הנובעים מהחפיפה.



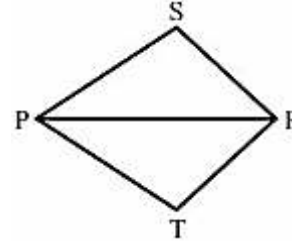
16. בציור נתון:  $\angle A_1 = \angle A_2$ ,  $BC \perp AC$ ,  $CD \perp AD$ .  
 קבע האם ההוכחה הבאה נכונה: (נמק)  
 $\angle A_1 = \angle A_2$  (נתון)  
 $AC = AC$  (צלע משותפת)  
 $\angle ACB = \angle D = 90^\circ$  (נתון ש- $BC \perp AC$  וכן ש- $CD \perp AD$ )  
 $\Downarrow$   
 $\triangle ABC \cong \triangle ACD$  (עפ"י ז.ז.ז.)



15. בציור נתון:  $BC = AD$ ,  $\angle C = \angle BAD$ .  
 קבע האם ההוכחה הבאה נכונה: (נמק)  
 $AB = AB$  (צלע משותפת)  
 $\angle C = \angle BAD$  (נתון)  
 $BC = AD$  (נתון)  
 $\Downarrow$   
 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$  (עפ"י צ.ז.צ.)



18\* במרובע ABCD נתון:  
 $AD = BC$ ,  $AB = DC$ .  
 הוכח:  $\angle A = \angle C$ .



17. בציור נתון שהקטע PR חוצה את הזווית SPT ו-SRT.  
 א. הוכח:  $PS = PT$ .  
 ב. האם ייתכן שמתקיים  $PS = TR$ ? הסבר.  
 ג. נתון: 7 ס"מ  $SR$ . חשב את  $TR$ .

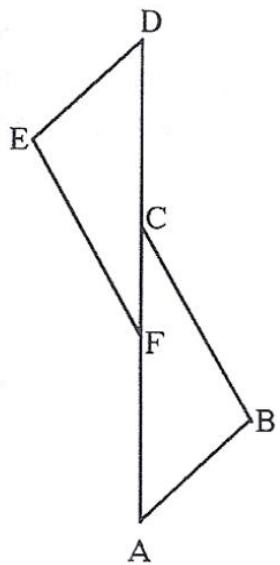
משולשים חופפים - חיבור וחסור קטעים

20. נתון:  $\angle ACB = \angle DFE$ ,  $\angle EDF = \angle BAC$ ,  $AF = DC$ .

הוכיחו:

א.  $\angle FED = \angle CBA$ .

ב.  $AB = DE$ .

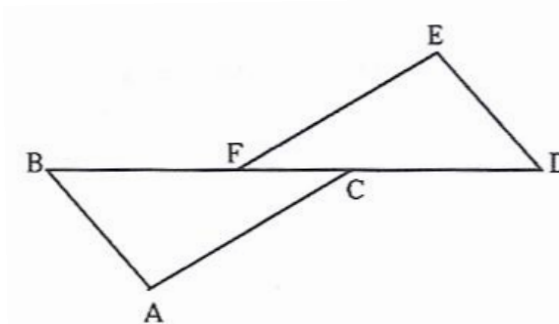


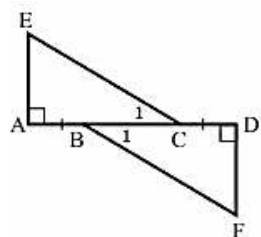
19. נתון:  $\angle ABC = \angle EDF$ ,  $AB = ED$ ,  $BF = DC$ .

הוכיחו:

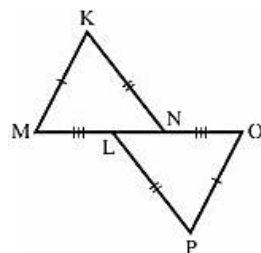
א.  $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ .

ב.  $AC = EF$ .

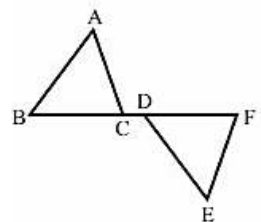




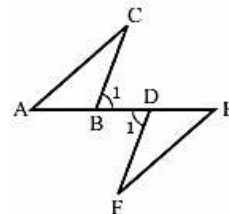
22. הנקודות B ו-C נמצאות על הקטע AD.  
 נתון:  $AB = CD$ ,  $AE \perp AD$ ,  $DF \perp AD$   
 $\sphericalangle C_1 = \sphericalangle B_1$   
 הוכח:  $\triangle AEC \cong \triangle DFB$



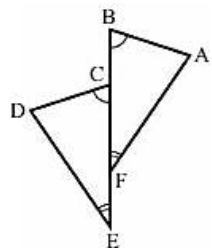
21. הנקודות L ו-N נמצאות על הקטע MO.  
 נתון:  $KM = OP$ ,  $KN = PL$ ,  $ML = ON$   
 הוכח:  $\triangle KMN \cong \triangle POL$



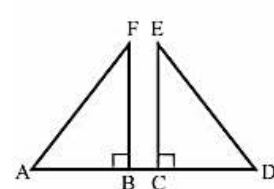
24. הנקודות C ו-D נמצאות על הקטע BE.  
 נתון:  $AB = DE$ ,  $BD = CF$ ,  $AC = EF$   
 א. הוכח ששני המשולשים שבציור חופפים ורשום את החפיפה עפ"י סדר הקודקודים.  
 ב. מצא לאיזו מהזוויות הבאות שווה זווית B:  $\sphericalangle D$ ,  $\sphericalangle E$ ,  $\sphericalangle F$ . נמק.



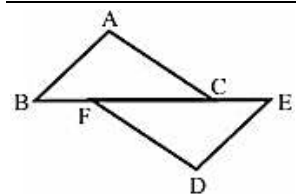
23. הנקודות B ו-D נמצאות על הקטע AE.  
 נתון:  $\sphericalangle C = \sphericalangle F$ ,  $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle D_1$ ,  $BC = DF$   
 א. הוכח ששני המשולשים שבציור חופפים ורשום את החפיפה עפ"י סדר הקודקודים.  
 ב. הוכח:  $AD = BE$



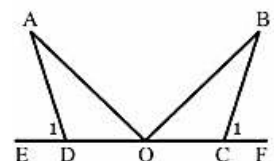
26. הנקודות C ו-F נמצאות על הקטע BE.  
 נתון:  $BC = EF$ ,  $\sphericalangle ABF = \sphericalangle DCE$ ,  $\sphericalangle AFB = \sphericalangle DEC$   
 הוכח:  
 א.  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$   
 ב.  $AB = DC$



25. הנקודות B ו-C נמצאות על הקטע AD ומתקיים  $AC = BD$ .  
 נתון:  $\sphericalangle A = \sphericalangle D$ ,  $EC \perp AD$ ,  $FB \perp AD$   
 הוכח:  
 א.  $\triangle ABF \cong \triangle DCE$   
 ב.  $BF = CE$

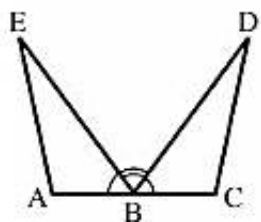


28. הנקודות F ו-C נמצאות על הקטע BE.  
 נתון:  $\sphericalangle A = \sphericalangle D$ ,  $\sphericalangle B = \sphericalangle E$ ,  $AC = DF$   
 הוכח:  $BF = CE$

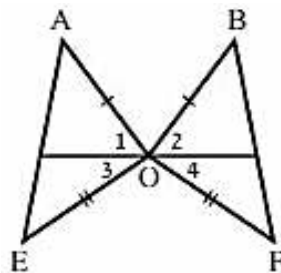


27. הנקודות D ו-O נמצאות על הקטע EF. הנקודה O היא אמצע הקטע EF.  
 נתון:  $ED = CF$ ,  $\sphericalangle FOA = \sphericalangle EOB$ ,  $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle C_1$   
 הוכח:  $AO = BO$

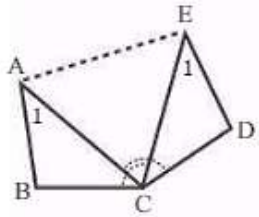
**משולשים חופפים - חיבור וחסור זוויות**



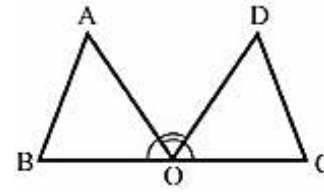
30. בציר נתון:  $\sphericalangle ABD = \sphericalangle CBE$ ,  
 הנקודה B היא אמצע הקטע AC,  
 $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ .  
 הוכח:  $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ .



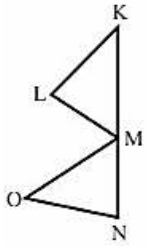
29. בציר נתון:  $\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2$ ,  $\sphericalangle O_3 = \sphericalangle O_4$ ,  
 $EO = FO$ ,  $AO = BO$ .  
 הוכח: א.  $\triangle AEO \cong \triangle BFO$ .  
 ב.  $AE = BF$ ,  $\sphericalangle A = \sphericalangle B$ .



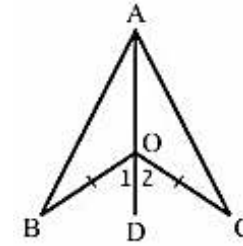
32. המשולש ACE הוא משולש שווה שוקיים שהבסיס שלו הוא AE.  
 נתון:  $\angle A_1 = \angle E_1$ ,  $AB = ED$ .  
 הוכח:  $\angle BCE = \angle DCA$ .



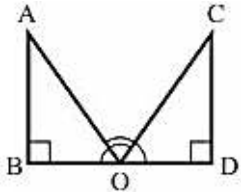
31. הנקודה O היא אמצע הקטע BC.  
 נתון:  $AO = DO$ ,  $\angle BOD = \angle COA$ .  
 הוכח:  
 א.  $\triangle ABO \cong \triangle DCO$ .  
 ב.  $\angle A = \angle D$ ,  $AB = DC$ .



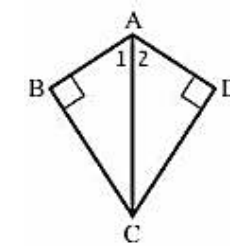
34. הנקודה M נמצאת על הקטע KN.  
 נתון:  $\angle KMO = \angle NML$ ,  
 $\angle L = \angle N$ ,  $LM = MN$ .  
 א. הוכח ששני המשולשים שבציור חופפים ורשום את החפיפה עפ"י סדר הקודקודים.  
 ב. קבע מה נכון:  
 $KL = MO$  או  $KL = NO$ . נמק.



33. הנקודה D נמצאת על המשך הקטע AO.  
 נתון:  $\angle O_1 = \angle O_2$ ,  $BO = CO$ .  
 הוכח:  $\triangle ABO \cong \triangle ACO$ .

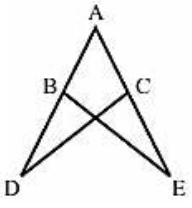
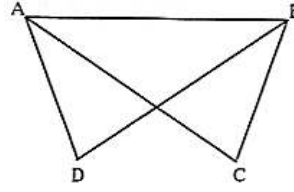
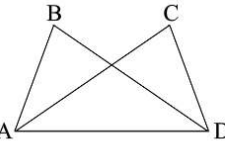
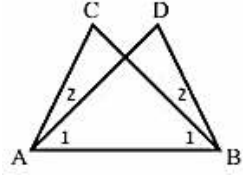
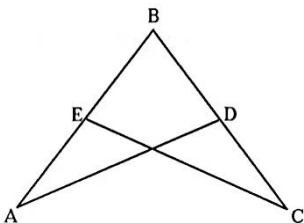
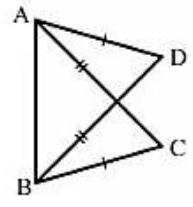
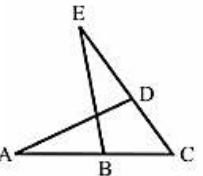
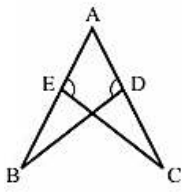
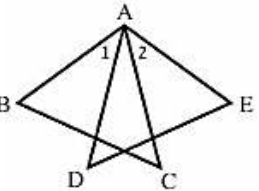
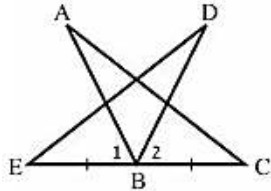
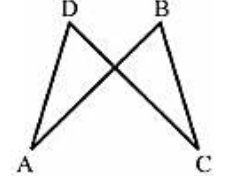
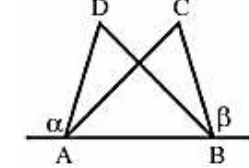


36. הקטעים AB ו-CD שווים זה לזה ושניהם מאונכים לקטע BD.  
 נתון:  $\angle AOD = \angle COB$ .  
 הוכח: הנקודה O היא אמצע הקטע BD.

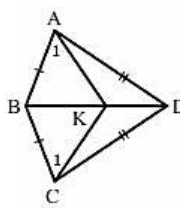
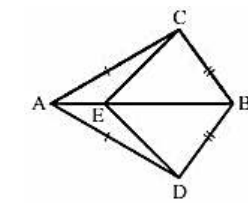
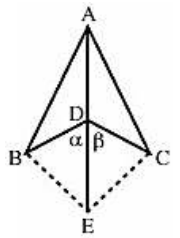
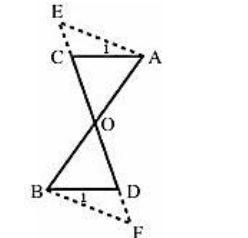
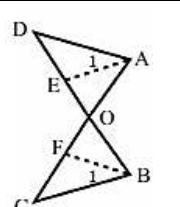
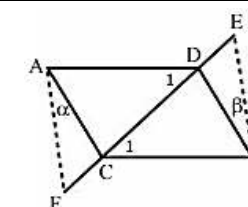
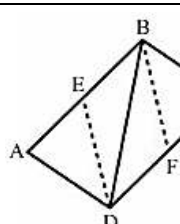
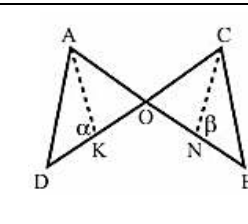
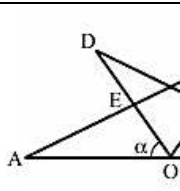
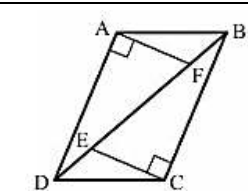
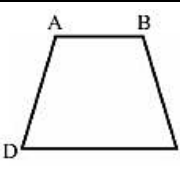
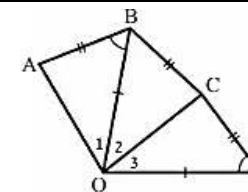


35. בציור נתון:  $\angle A_1 = \angle A_2$ ,  
 $AD \perp DC$ ,  $AB \perp BC$ .  
 הוכח: א.  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ .  
 ב.  $AB = AD$ .

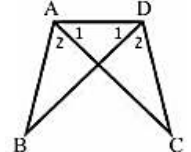
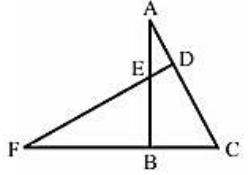
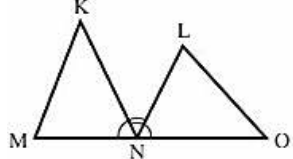
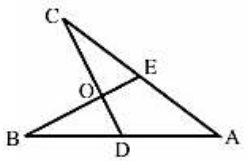
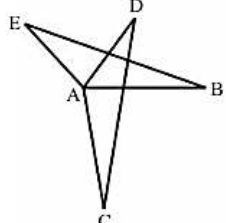
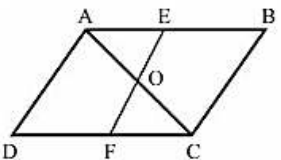
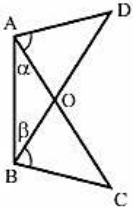
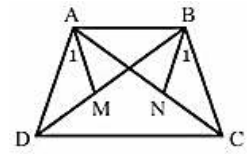
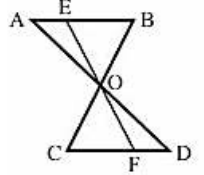
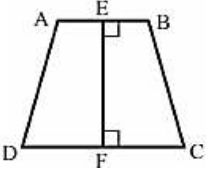
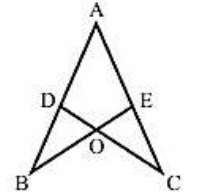
**משולשים חופפים – ניסוי חלקי**

 <p>38. בצירור נתון: <math>AD = AE</math>, <math>\angle D = \angle E</math>. הוכח: א. <math>\triangle ADC \cong \triangle AEB</math> ב. <math>\angle DCE = \angle EBD</math></p>	 <p>37. נתון: <math>\angle BAD = \angle ABC</math>, <math>\angle ABD = \angle BAC</math>. הוכיחו: א. <math>BD = AC</math> ב. <math>\angle ADB = \angle BCA</math></p>
 <p>40. נתון: <math>\angle BAD = \angle CDA</math>, <math>AB = DC</math> הוכיחו: א. <math>\triangle ABD \cong \triangle DCA</math> ב. <math>BD = CA</math></p>	 <p>39. בצירור נתון: <math>\angle A_1 = \angle B_1</math>, <math>\angle A_2 = \angle B_2</math>. הוכח: <math>\triangle ABC \cong \triangle BAD</math></p>
 <p>42. נתון: <math>AB = BC</math>. הנקודה E היא אמצע הקטע AB. הנקודה D היא אמצע הקטע BC. הוכיחו: א. <math>\triangle ABD \cong \triangle CBE</math> ב. <math>AD = CE</math></p>	 <p>41. בצירור נתון: <math>AD = BC</math>, <math>AC = BD</math>. הוכח: א. <math>\triangle ABC \cong \triangle BAD</math> ב. <math>\angle C = \angle D</math> ג. <math>\angle CAD = \angle CBD</math></p>
 <p>44. בצירור נתון: <math>AB = ED</math>, <math>DC = BC</math>. הוכח: א. <math>\triangle ACD \cong \triangle ECB</math> ב. <math>\angle ABE = \angle EDA</math></p>	 <p>43. בצירור נתון: <math>AE = AD</math>, <math>\angle AEC = \angle ADB</math>. הוכח: א. <math>\triangle ABD \cong \triangle ACE</math> ב. <math>CE = BD</math> ג. <math>EB = DC</math> (אין צורך לחפוף חפיפה נוספת).</p>
 <p>46. בצירור נתון: <math>\angle A_1 = \angle A_2</math>, <math>AD = AC</math>, <math>AB = AE</math>. הוכח: <math>\angle B = \angle E</math></p>	 <p>45. הנקודה B היא אמצע הקטע EC. נתון: <math>\angle B_1 = \angle B_2</math>, <math>\angle E = \angle C</math>. הוכח: <math>AB = BD</math>, <math>AC = DE</math></p>
 <p>48* בצירור נתון: <math>AD = CB</math>, <math>AB = CD</math>. הוכח: <math>\angle A = \angle C</math></p>	 <p>47. בצירור נתון: <math>\angle D = \angle C</math>, <math>\alpha = \beta</math> (<math>\alpha</math> ו-<math>\beta</math> הן זוויות חיצוניות). הוכח: <math>AD = BC</math></p>

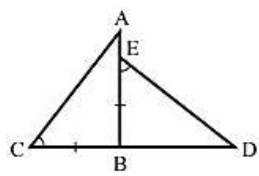
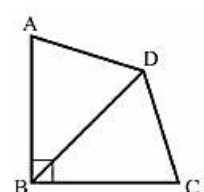
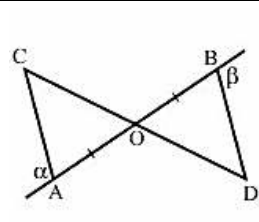
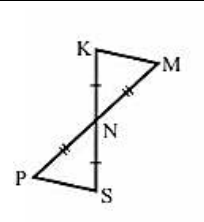
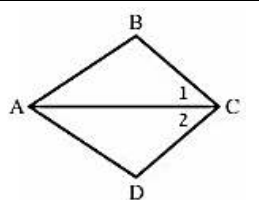
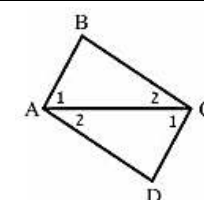
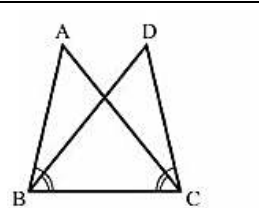
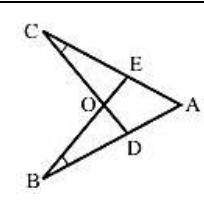
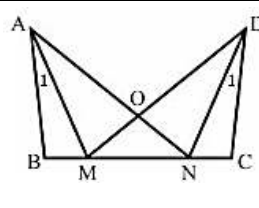
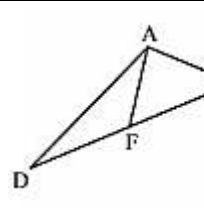
**משולשים חופפים – שתי חפיפות**

 <p>50. הנקודה K נמצאת על הקטע BD. נתון: <math>AB = CB</math>, <math>AD = CD</math>. הוכח: א. <math>\triangle ABD \cong \triangle CBD</math>. ב. <math>\sphericalangle A_1 = \sphericalangle C_1</math>.</p>	<p>49. הנקודה E נמצאת על הקטע AB. נתון: <math>BC = BD</math>, <math>AC = AD</math>. הוכח: <math>CE = DE</math>.</p> 
 <p>52. בציור נתון: AD חוצה את זווית BAC, הנקודה E נמצאת על המשך AD, <math>\alpha = \beta</math>. הוכח: א. <math>BD = CD</math>. ב. <math>BE = CE</math>.</p>	<p>51. הקטעים AB ו-CD נחתכים בנקודה O. הנקודות E ו-F נמצאות על המשך הקטע CD. נתון: <math>AO = BO</math>, <math>CO = DO</math>, <math>\sphericalangle A_1 = \sphericalangle B_1</math>. הוכח: <math>AE = BF</math>.</p> 
 <p>54. הקטעים AC ו-BD נחתכים בנקודה O. הנקודה E נמצאת על BD והנקודה F נמצאת על AC. נתון: <math>AO = BO</math>, <math>DO = CO</math>, <math>\sphericalangle A_1 = \sphericalangle B_1</math>. הוכח: <math>AE = BF</math>.</p>	<p>53. הנקודות C ו-D נמצאות על הקטע EF. נתון: <math>AD = CB</math>, <math>\sphericalangle C_1 = \sphericalangle D_1</math>. <math>\beta = \alpha</math>. הוכח: <math>AF = BE</math>.</p> 
 <p>56. במרובע ABCD נתון: <math>\sphericalangle ADB = \sphericalangle CBD</math>, <math>AD = BC</math>. א. הוכח: <math>AB = CD</math>. ב. נתון: הנקודה E היא אמצע AB והנקודה F היא אמצע DC. הוכח: <math>DE = BF</math>.</p>	<p>55. הקטעים AB ו-CD נחתכים בנקודה O. נתון: <math>\alpha = \beta</math>, <math>KO = NO</math>, <math>DK = BN</math>. הוכח: א. <math>AB = CD</math>, <math>AK = CN</math>. ב. <math>AD = CB</math>.</p> 
 <p>58. הנקודה O היא אמצע הקטע AB. נתון: <math>\alpha = \beta</math>, <math>DO = CO</math>. הוכח: א. <math>AC = BD</math>. ב. <math>AE = BF</math>.</p>	<p>57. במרובע ABCD נתון: <math>AD = BC</math>, <math>AB = DC</math>, <math>CE \perp BC</math>, <math>AF \perp AD</math>. הוכח: <math>AF = CE</math>, <math>BF = DE</math>.</p> 
 <p>60* במרובע ABCD נתון: <math>AD = BC</math>, <math>\sphericalangle D = \sphericalangle C</math>. הוכח: <math>\sphericalangle A = \sphericalangle B</math>.</p>	<p>59* בציור נתון: <math>AB = BC = CD</math>, <math>\sphericalangle ABO = \sphericalangle CDO</math>, <math>BO = DO</math>. א. הוכח: <math>\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_3</math>. ב. נתון: <math>\sphericalangle AOD = 120^\circ</math>. חשב את זווית <math>\sphericalangle O_2</math>.</p> 

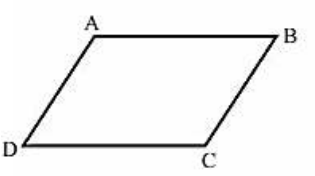
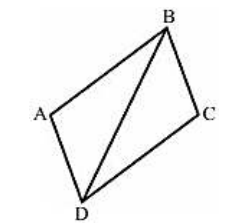
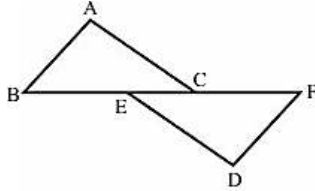
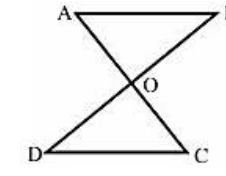
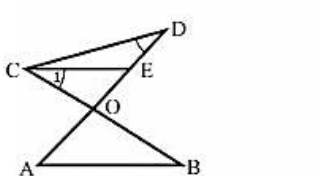
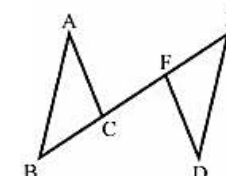
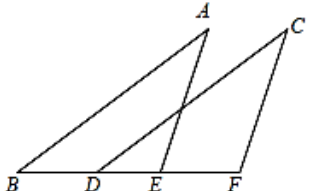
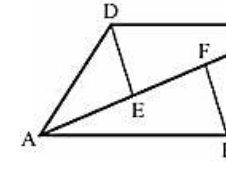
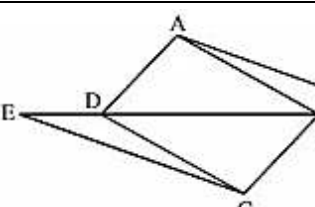
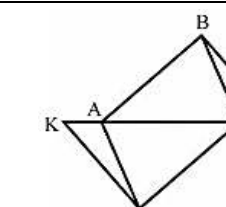
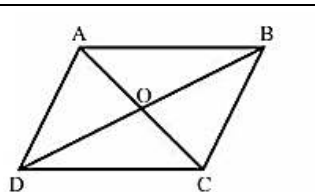
**משולשים חופפים – תרגילי סיכום**

 <p>62. בצירור נתון: <math>AB = DC</math>, <math>AC = DB</math>. הוכח: א. <math>\sphericalangle A_1 = \sphericalangle D_1</math>. ב. <math>\sphericalangle A_2 = \sphericalangle D_2</math>.</p>	<p>61. הנקודות D ו-C נמצאות על הקטע BF. נתון: <math>AB = EF</math>, <math>\sphericalangle A = \sphericalangle E</math>, <math>AC = ED</math>. הוכח: <math>BD = FC</math>.</p>
 <p>64. הנקודה B נמצאת על FC והנקודה D נמצאת על AC. FD חותך את AB בנקודה E. נתון: <math>AB = FB</math>, <math>BE = BC</math>, <math>AB \perp FC</math>. הוכח: א. <math>\triangle ABC \cong \triangle FBE</math>. ב. <math>\sphericalangle AED = \sphericalangle C</math>. ג. <math>DF \perp AC</math>.</p>	<p>63. הנקודה N נמצאת על הקטע MO. נתון: <math>\sphericalangle MNL = \sphericalangle KNO</math>, <math>MN = NL</math>, <math>KN = NO</math>. א. הוכח: <math>\sphericalangle K = \sphericalangle O</math>. ב. נתון: <math>\sphericalangle KNL = 50^\circ</math>, <math>\sphericalangle O = 40^\circ</math>. חשב את זווית M. ג. האם NL מקביל ל-MK? נמק.</p> 
 <p>66. הנקודה D נמצאת על הקטע AB והנקודה E נמצאת על הקטע AC. הקטעים AB ו-AC שווים זה לזה. נתון: <math>\sphericalangle B = \sphericalangle C</math>. הוכח: א. <math>\sphericalangle ADC = \sphericalangle AEB</math>, <math>BD = CE</math>. ב. <math>EO = DO</math>.</p>	<p>65. בצירור נתון <math>AD = AE</math>, <math>AB = AC</math>. <math>\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAE</math>. א. הוכח: <math>CD = BE</math>. ב. קבע מה נובע מהחפיפה: <math>\sphericalangle B = \sphericalangle C</math>, <math>\sphericalangle B = \sphericalangle D</math>, <math>\sphericalangle D = \sphericalangle E</math>, <math>\sphericalangle C = \sphericalangle E</math>.</p> 
 <p>68. במרובע ABCD נתון: <math>AD = BC</math>, <math>AB = DC</math>. הנקודה O היא אמצע AC. הוכח: <math>EO = FO</math>.</p>	<p>67. הקטעים AC ו-BD נחתכים בנקודה O. נתון: <math>\sphericalangle DAC = \sphericalangle CBD</math>, <math>\alpha = \beta</math>. א. הוכח: <math>AD = BC</math>. ב. הוכח: <math>DO = OC</math>.</p> 
 <p>70. במרובע ABCD נתון: <math>AD = BC</math>, <math>\sphericalangle A_1 = \sphericalangle B_1</math>, <math>AC = BD</math>. הוכח: <math>AN = BM</math>.</p>	<p>69. הקטעים AD ו-BC חוצים זה את זה בנקודה O. הקטע EF עובר דרך הנקודה O. נתון: <math>BE = CF</math>. הוכח: <math>EO = FO</math>.</p> 
 <p>72* במרובע ABCD נתון: <math>DF = FC</math>, <math>AE = EB</math>, <math>EF \perp DC</math>, <math>EF \perp AB</math>. הוכח: <math>AD = BC</math>.</p>	<p>71. הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הקטעים AB ו-AC. הקטעים BE ו-CD נחתכים בנקודה O. נתון: <math>\sphericalangle B = \sphericalangle C</math>, <math>DO = EO</math>. הוכח: <math>AD = AE</math>.</p> 

**משולשים חופפים – תרגילי חזרה**

 <p>74. נתון: <math>AB \perp CD</math>, <math>BC = BE</math>, <math>\sphericalangle C = \sphericalangle BED</math>.  א. הוכח: <math>AB = BD</math>.  ב. נתון: <math>CD = 14</math> ס"מ, <math>BD = 8</math> ס"מ.  חשב את <math>AE</math>.</p>	<p>73. בצויר נתון: <math>AB \perp BC</math>,  <math>AD = CD</math>, <math>AB = BC</math>.  חשב את זווית <math>\sphericalangle ABD</math>.  (הוכח את תשובתך).</p> 
 <p>76. הקטעים <math>AB</math> ו-<math>CD</math> נחתכים בנקודה <math>O</math>.  נתון: <math>AO = BO</math>, <math>\alpha = \beta</math> (זוויות חיצוניות).  הוכח:  א. <math>\triangle ACO \cong \triangle BDO</math>.  ב. <math>AC = BD</math>.</p>	<p>75. הקטעים <math>KS</math> ו-<math>PM</math> חוצים זה את זה בנקודה <math>N</math>.  א. הוכח: <math>\triangle KMN \cong \triangle SPN</math>.  ב. הוכח: <math>KM = SP</math>.  ג. האם זווית <math>\sphericalangle K</math> שווה לזווית <math>\sphericalangle S</math> או לזווית <math>\sphericalangle P</math>? נמק.</p> 
 <p>78. בצויר נתון: <math>BC = DC</math>,  <math>\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2</math>.  הוכח: <math>AB = AD</math>, <math>\sphericalangle B = \sphericalangle D</math>.</p>	<p>77. בצויר נתון:  <math>\sphericalangle A_1 = \sphericalangle C_1</math>, <math>\sphericalangle A_2 = \sphericalangle C_2</math>.  הוכח: <math>AD = CB</math>, <math>AB = CD</math>.</p> 
 <p>80. בצויר נתון:  <math>\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB</math>, <math>\sphericalangle ACB = \sphericalangle DBC</math>.  א. הוכח: <math>\triangle ABC \cong \triangle DCB</math>.  ב. האם הצלע <math>AB</math> שווה לצלע <math>DB</math> או לצלע <math>DC</math>? נמק.</p>	<p>79. <math>E</math> נקודה על הקטע <math>AC</math> ו-<math>D</math> נקודה על הקטע <math>AB</math>.  נתון: <math>\sphericalangle B = \sphericalangle C</math>, <math>AE = AD</math>.  הוכח: א. <math>BD = CE</math>.  ב. <math>BO = CO</math>.</p> 
<p>82. <math>M</math> היא נקודה על האנך האמצעי לקטע <math>AB</math>. חיברו את <math>M</math> עם <math>A</math> ו-<math>B</math>. הוכח:  א. האנך האמצעי חוצה את זווית <math>\sphericalangle AMB</math>.  ב. <math>AM = BM</math>.</p>	<p>81. על שוקי זווית שהקודקוד שלה הוא <math>K</math> היקצו שני קטעים <math>KL</math> ו-<math>KM</math> השווים זה לזה. בהמשכם של הקטעים הנייל היקצו עוד שני קטעים <math>LN</math> ו-<math>MO</math> שגם הם שווים זה לזה. חיברו את <math>N</math> עם <math>M</math> ואת <math>O</math> עם <math>L</math>.  הוכח: <math>NM = OL</math>.</p>
 <p>84* הנקודות <math>M</math> ו-<math>N</math> נמצאות על הקטע <math>BC</math>.  נתון: <math>\sphericalangle A_1 = \sphericalangle D_1</math>, <math>\sphericalangle B = \sphericalangle C</math>,  <math>AB = DC</math>.  הוכח: <math>AO = DO</math>, <math>AN = DM</math>.</p>	<p>83. בשרטוט שלפניך נתון: <math>DF = CG</math>,  <math>\sphericalangle AFD = \sphericalangle BGC</math>, <math>AF = BG</math>.  א. הוכח: <math>DE = CE</math>.  ב. נתון: <math>AE = AF</math>.  הוכח: <math>BE = BG</math>.</p> 

**משולשים חופפים וישרים מקבילים**

<p>86. במרובע ABCD נתון:  <math>AD \parallel BC</math>, <math>AB \parallel DC</math>                      הוכח: <math>AD = BC</math>, <math>AB = DC</math>                      (הדרכה: העבר את אחד מהאלכסונים                      וחפוף את שני המשולשים שהתקבלו).</p> 	<p>85. בציור נתון: <math>AB \parallel DC</math>, <math>AB = DC</math>                      הוכח:                      א. <math>\triangle ABD \cong \triangle CDB</math>                      ב. <math>AD \parallel BC</math>, <math>AD = BC</math></p> 
<p>88. בציור נתון: <math>AB \parallel DF</math>,  <math>BE = CF</math>, <math>AC \parallel DE</math>                      הוכח: <math>AB = DF</math></p> 	<p>87. הקטעים AC ו-BD נחתכים בנקודה O.                      נתון: <math>AO = CO</math>, <math>AB \parallel DC</math>                      הוכח: <math>AB = DC</math></p> 
<p>90. הקטעים AD ו-BC נחתכים בנקודה O.                      נתון: <math>BO = DO</math>, <math>AO = CO</math>,  <math>\angle C_1 = \angle D</math>                      הוכח: א. <math>\triangle AOB \cong \triangle COD</math>                      ב. <math>AB \parallel CE</math></p> 	<p>89. הנקודות B, C, E ו-F נמצאות על ישר אחד.                      נתון: <math>AB \parallel DE</math>, <math>AB = DE</math>,  <math>BF = CE</math>                      הוכח:                      א. <math>AC = DF</math>                      ב. <math>AC \parallel DF</math></p> 
<p>92. בשרטוט שלפניך נתון:  <math>AB = CD</math>, <math>AE = CF</math>, <math>BD = EF</math>                      הוכח: <math>AB \parallel CD</math>, <math>AE \parallel CF</math></p> 	<p>91. הנקודות E ו-F נמצאות על AC                      נתון: <math>AD = BC</math>, <math>AB = DC</math>,  <math>AF = CE</math>                      הוכח: <math>DE \parallel BF</math></p> 
<p>94. בשרטוט שלפניך נתון: EF קו ישר,  <math>DF = BE</math>, <math>CE = AF</math>,  <math>\angle CED = \angle AFB</math>                      הוכח: <math>AB \parallel DC</math></p> 	<p>93. הנקודות A ו-C נמצאות על הקטע KL.                      נתון: <math>AB = CD</math>,  <math>KA = LC</math>, <math>AD = BC</math>                      הוכח: <math>KD \parallel BL</math>, <math>KD = BL</math></p> 
<p>96. האלכסונים AC ו-BD של המרובע                      ABCD נפגשים בנקודה O.                      נתון: <math>BO = DO</math>, <math>AO = CO</math>                      הוכח: א. <math>AD = BC</math>, <math>AB = DC</math>                      ב. <math>AD \parallel BC</math>, <math>AB \parallel CD</math></p> 	<p>95. הנקודה C היא אמצע הקטע AE.                      נתון: <math>AB \parallel CD</math>, <math>AB = CD</math>                      הוכח: <math>BC \parallel DE</math>, <math>BC = DE</math></p> 